

4.4 Wärmeübergang im Staupunkt von stumpfen Körpern

An stumpfen Körpern beeinflusst die Zähigkeit nur in geringen Maße die Druckverteilung, außerdem ist der Reibungswiderstand klein gegenüber dem Druckwiderstand. Die Zähigkeit und die Grenzschicht sind jedoch für den Wärmeübergang sehr wichtig.

4.4.1 Der Wärmeübergang im Staupunkt .

Der Staupunktswärmeübergang wurde bereits in den 30iger und 60iger Jahren in mehreren grundlegenden Arbeiten von Lees [1], Fay, Ridell [2] und Detra, Kemp, Ridell [3] behandelt. Wir beschränken uns auf die Ableitung von Lees, auf die sich auch Fay Ridell beziehen. In diesen Arbeiten wird noch die Nusseltzahl Nu benutzt, die sich jedoch mit $St = Nu/(Pr \cdot Re)$ in die Stantonzahl umrechnen lässt.

Nach Lees gilt demnach für die Stantonzahl im Staupunkt die folgende Abhängigkeit.

$$St = 0.5 \cdot 2^{k/2} Pr^{-2/3} \sqrt{\frac{r_N}{u_2} \frac{du_e}{ds}} \sqrt{\frac{1}{Re_{2,r}}} \quad (4.30)$$

Hierbei sind:

k ein Kennwert für den achsensymmetrischen bzw. 2-dimensionalen Staupunkt

$k = 1$ für sphärischen Staupunkt, dies ergibt $2^{k/2} = \sqrt{2}$

$k = 0$ für Staupunkt zweidimensionalen (zylindrische Vorderkante)

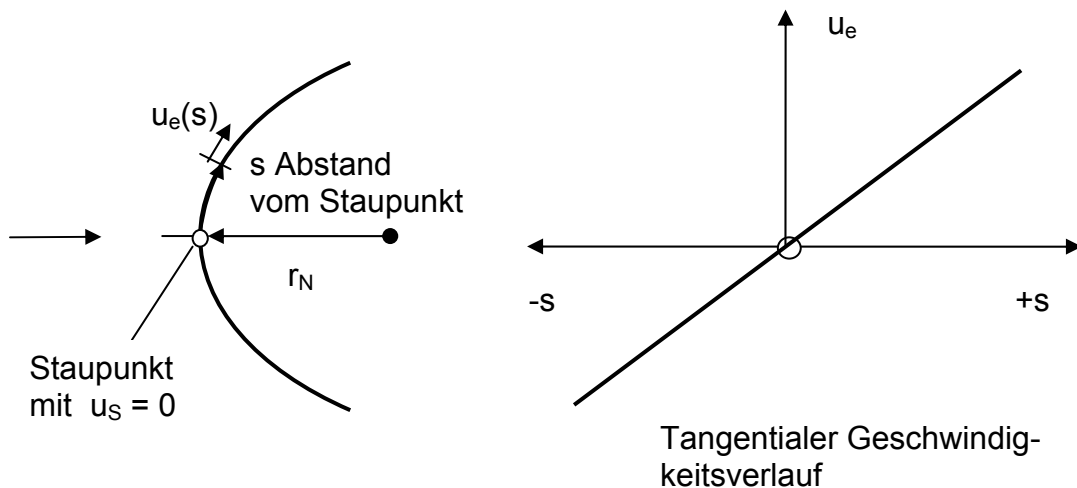
dies ergibt $2^{k/2} = 1$

$\frac{r_N}{u_2} \frac{du_e}{ds}$ der tangentielle Geschwindigkeitsgradient am Rande der Grenzschicht

$Re_{2,r}$ die Reynoldszahl gebildet mit Zuständen hinter dem senkrechten Stoß und dem Nasenkrümmungsradius.

$$Re_{2,r} = \frac{\rho_2 V_2 r_N}{\eta(T_2)} \quad (4.31)$$

Das folgende Bild 11 erläutert den dimensionslosen Geschwindigkeitsgradienten im Staupunkt und das Bild 12 die Reynoldszahl Re_2



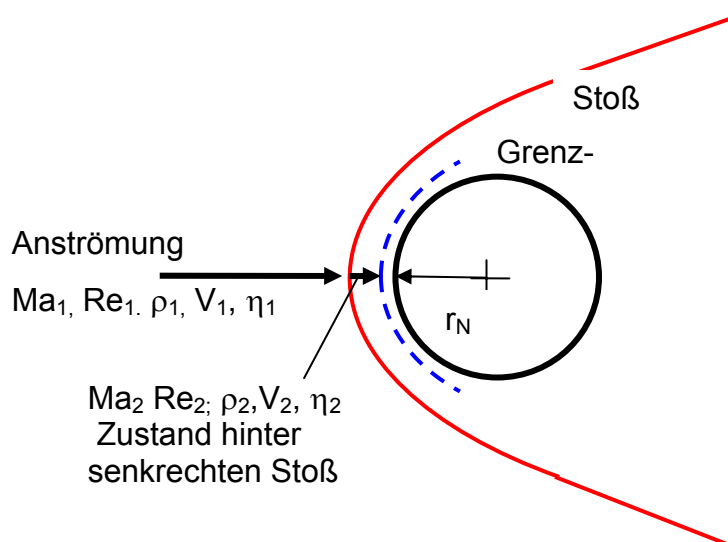
Erläuterung zum tangentialen Geschwindigkeitsverlauf in der Umgebung des Staupunktes

Abbildung 11 Erläuterung zum tangentialen Geschwindigkeitsverlauf in der Umgebung des Staupunktes

Der tangentiale Geschwindigkeitsgradient

Benutzt man die Newtonsche Druckverteilung zur Berechnung des Geschwindigkeitsgradienten so ergibt sich für eine Anströmung mit $Ma \gg 1$ die folgende Formel für den Gradienten

$$\frac{r_N}{u_2} \frac{du_e}{ds} = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \quad (4.32)$$



Definition der Zustände hinter senkrechten Stoß vor dem Staupunkt

Abbildung 12 Definition der Zustände hinter senkrechten Stoß vor dem Staupunkt

Die Reynoldszahl Re₂

Re₂ ist die Reynoldszahl hinter dem senkrechten Stoß. Mit den Stoßbeziehungen und dem exponentiellen Zähigkeitsgesetz kann diese Reynoldszahl auf die Anströmreynoldszahl Re_∞ zurückgeführt werden.

$$\frac{\mu(T_2)}{\mu(T_\infty)} = \left(\frac{T_2}{T_\infty}\right)^\omega \quad \text{and} \quad \rho_2 V_2 = \rho_\infty V_\infty \quad (4.33)$$

$$\text{Re}_2 = \frac{\rho_2 V_2 r_N}{\mu(T_2)} = \frac{\rho_\infty V_\infty r_N}{\mu(T_\infty)} \left(\frac{\kappa - 1}{2} Ma^2\right)^{-\omega} = \text{Re}_\infty \left(\frac{\kappa - 1}{2} Ma^2\right)^{-\omega} \quad (4.34)$$

Damit ergibt sich folgende Stantonzahl Formel:

$$St = 0.5 * 2^{k/2} \text{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \sqrt{\left(\frac{\kappa - 1}{2}\right)^\omega} \sqrt{\frac{1}{\text{Re}_{\infty,r}}} (Ma)^\omega \quad (4.35)$$

Für ω= 0.5 vereinfacht sich die Formel zu:

$$St = 0.5 * 2^{k/2} \text{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{\kappa + 1}{2}} \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \sqrt{\frac{Ma_\infty}{\text{Re}_{\infty,r}}} \quad (4.36)$$

Zwischen Mach- Reynolds- und Knudsenzahl besteht die folgende Beziehung:

$$Kn_\infty = 1,26 \sqrt{\kappa} \frac{Ma_\infty}{\text{Re}_\infty} \quad (4.37)$$

Die Stantonzahl kann deshalb auch als einfache Funktion der Knudsenzahl beschrieben werden.

$$St = 0.5 * 2^{k/2} \text{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{1}{1,26}} \sqrt{\frac{\kappa + 1}{2\kappa}} \sqrt{\kappa - 1} \sqrt{Kn_\infty} \quad (4.38)$$

Nimmt man an , dass beim Wiedereintritt die Wandtemperatur Tw immer wesentlich niedriger ist als die adiabate Staupunkttemperatur T₀ (Tw < T₀) so kann man die einfache Stantonzahldefinition (4.9) benutzen Aus (4.9) und (4.36 für ω= 0.5) ergibt sich dann die folgende Formel zur direkten Berechnung des Staupunktswärmeflusses :

$$q' = 0.5 * 2^{k/2} \text{Pr}^{-2/3} \sqrt{\frac{\kappa + 1}{\sqrt{2\kappa}}} \sqrt{\frac{\mu_\infty}{\rho_\infty a_\infty r_N}} \frac{\rho_\infty}{2} V_\infty^3; \quad \omega = 0.5: \quad (4.39)$$

Die einfache Detra , Kemp, Ridell Formel für den sphärischen Staupunkt lautet:

$$q' = 1,103 * 10^8 \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{\text{Boden}}} \right)^{0,5} \left(\frac{V_\infty}{7950} \right)^{3,15} \sqrt{\frac{1}{r_N}} \quad (4.40)$$

hierbei sind einzugeben: V_∞ in m/s; r_N in m; ρ in kg/m^3 , q' ergibt sich in Watt / m^2 .

Der Exponent von 3.15 im Geschwindigkeitsglied ist durch ein Zähigkeitsgesetz mit $\omega = 0.65$ bedingt.

4.4.2 Der effektive Nasenradius r_N .

Die Lees'sche Formel zeigt bei konstanter Anströmung die folgende Abhängigkeit des Staupunktswärmeübergang vom Nasenradius:

$$q'_{\text{Staupunkt}} \approx \frac{1}{\sqrt{r_N}} \quad [4.41]$$

Außerdem besteht der folgende Unterschied zwischen einem sphärischen Staupunkt und dem Staupunkt am quer angeströmten Kreiszyylinder (Exponent $k = 0$ oder 1 im Faktor $2^{k/2}$ der Formeln 4.30 und 4.35) :

$$\frac{q'_{\text{zylindrisch}}}{q'_{\text{sphärisch}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ für identischen Radius } r_N \quad (4.42)$$

Dies kann dadurch erklärt werden, daß die Kugelnase in allen Ebenen durch Staupunkt und x- Achse den gleichen Krümmungsradius $r_N = r$ besitzt. Der Kreiszyylinder hingegen nur in der x-z Ebene den Krümmungsradius $r_N = r$ besitzt, in der dazu senkrechten Ebene ist der Krümmungsradius hingegen unendlich groß $r_N = \infty$.

Der Kreiszyylinder mit Radius r erfährt demnach im Staupunkt gleichen Wärmeübergang wie eine Kugel mit Radius $2r$.

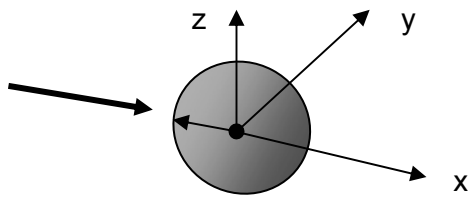
Das folgende Bild 13 erläutert dies.

Das Bild zeigt auch achsensymmetrische Körper mit unterschiedlicher Nasenabrundung.

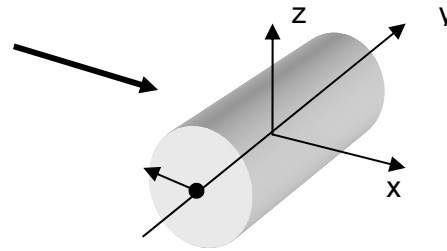
Ein Körper mit einer ebenen Nase besitzt den theoretischen Nasenradius $r_N = \infty$ und hätte bei Anwendung der Lees Formel den Wärmeübergang $q_s = 0$. Dies zeigt die Notwendigkeit der Definition eines effektiven Nasenradius $r_{N,\text{eff}}$ der vom Stumpfheitsgrad r_b / r_n des Körpers abhängen muß.

Literatur hierzu findet man bei Zoby [] und Bertin[].

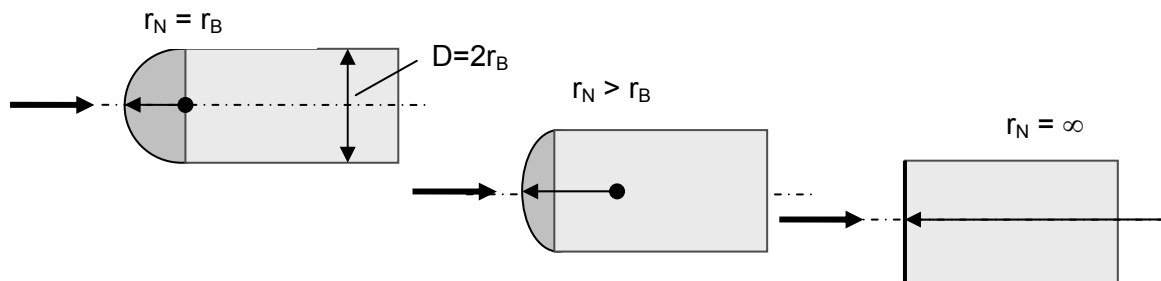
Sphärischer Staupunkt Krümmungsradius
 $r_N = r$ in x-y und x-z Ebene



Zylindrischer Staupunkt Krümmungsradius
 $r_N = r$ in x-z Ebene; $r_N = \infty$ in x-y Ebene



Achsensymmetrische Staupunkte mit unterschiedlichen Nasenradien, r_N/D ;
 Effektiver Nasenradius r_{Neff} muß eingeführt werden.



**Abbildung 13 Sphärischer-, Zylinderstaupunkt und achsensymmetrische Körper
 mit unterschiedlicher Nasenabrundung r_N**

Das Bild 14 zeigt nach Zoby [], wie im Vergleich zur Halbkugelnase der Wärmeübergang durch Vergrößerung der Abrundung abgesenkt werden kann, Hierbei ist r_B/r_N das Verhältnis von Radius des Hauptkörpers zu Nasenradius. Im unteren Bildteil sind der dimensionslose Geschwindigkeitsgradient im Staupunkt und das Verhältnis von Körperradius zu effektiven Nasenradius r_B/r_{Neff} aufgetragen. Wichtig ist, dass für $r_N = \infty$ (entspricht $r_B/r_N = 0$) der effektive Nasenradius nur auf $r_{Neff} = r_B/0,3$ vergrößert werden kann.

Für den Staupunktswärmeübergang kann deshalb angesetzt werden

$$q'(r_N) = q'(r_B) \sqrt{\frac{r_B}{r_{N,eff}}}$$

Hierbei ist $q'(r_B)$ der Wärmeübergang der Vergleichskugel mit Radius r_B .

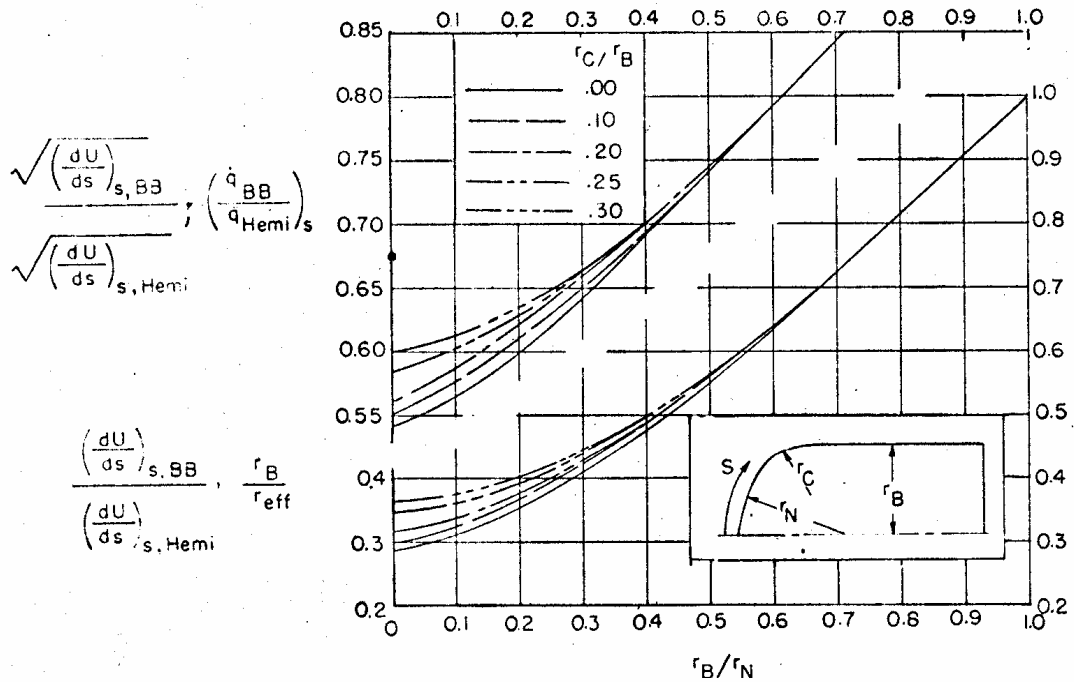


Abbildung 14 Bestimmung des effektiven Nasenradius r_{eff} in Abhängigkeit von r_B/r_N und der Kantenabrundung r_C/r_B , Rotationssymmetrischer Staupunkt

[Zoby , (AIAA Journal of Spacecraft , Oct. 1966]

Besitzt der Staupunktsbereich zwei zueinander senkrecht stehende Symmetrieebenen so muss ebenfalls in der Staupunktformel der Kugel mit einem effektiven Krümmungsradius gerechnet werden. Das folgende Bild 15 erläutert dies für einen abgestumpften elliptischen Kegel.

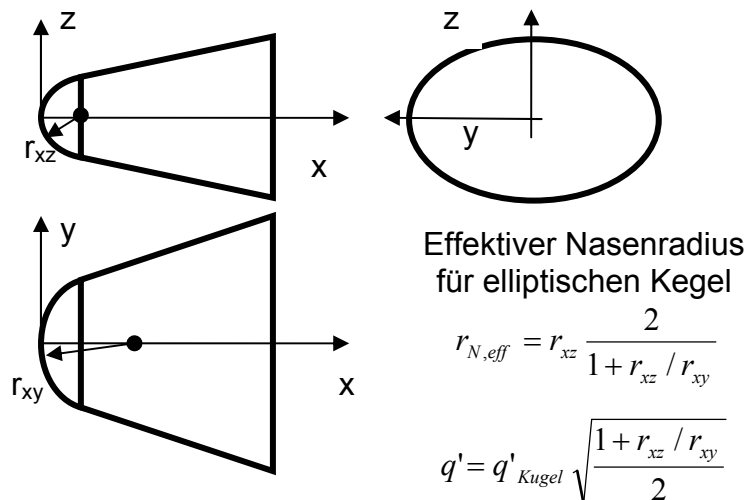


Abbildung 15

Für den Fall identischer Radien $r_{xy} = r_{xz} = r$ ergibt die angegebene Formel $r_{Neff} = r$.
 Für den Fall $r_{xy} = \infty$ ergibt die angegebene Formel $r_{Neff} = 2r_{xz}$. Dies entspricht dem Unterschied zwischen Zylinder und Kugel. Hierbei ist vorausgesetzt, dass der Wärmeübergang mit der Staupunktformel der Kugel berechnet wird.

4.4.3 Experimentelle Ergebnisse und Wärmeübergangsverteilung an Körpern.

Das folgende Bild 16 zeigt den Staupunktswärmeübergang an einer Kugel im Vergleich mit der Lees'schen Theorie. Die schraffierten Bereiche überdecken den Bereich von Meßergebnissen. Man erkennt in der doppelt logarithmischen Auftragung die eindeutige Abhängigkeit der Stantonzahl von $Re^{-0,5}$.

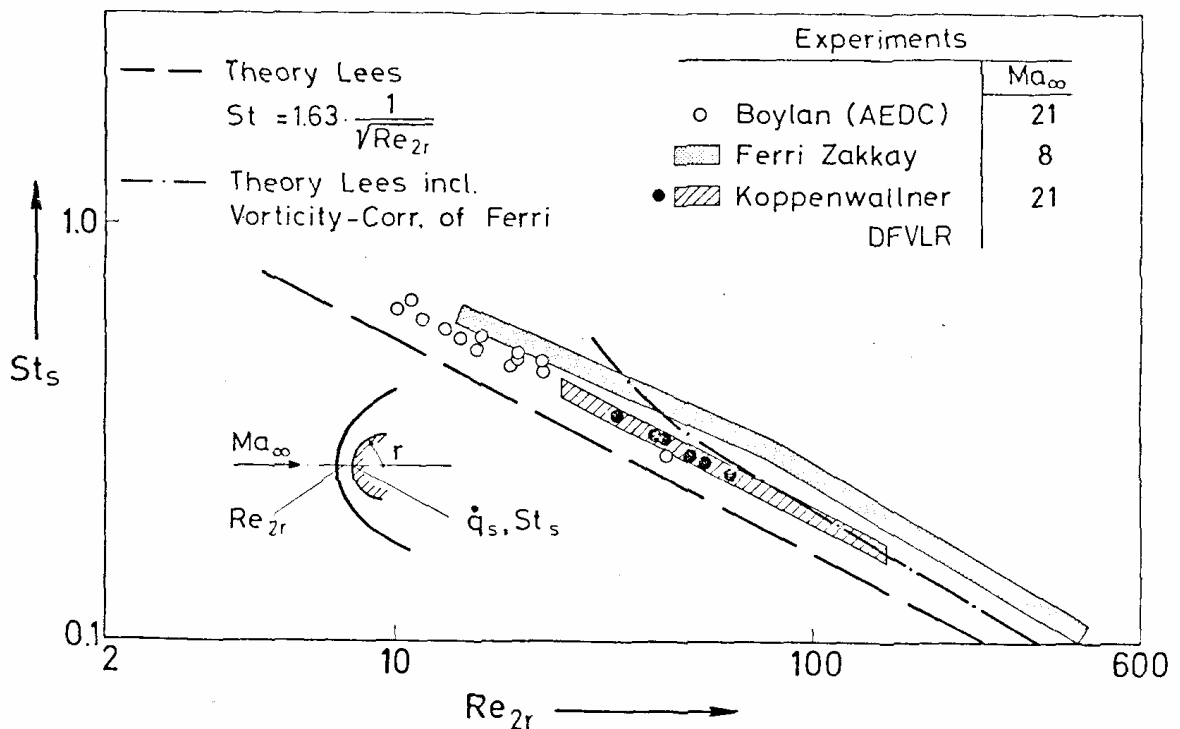


Abbildung 16 Stantonzahl im Kugelstauunkt, Vergleich Messung mit Theorie.

Die mit dem Staupunktswert normierte Wärmeübergangsverteilung an einem Kreis- zylinder ist in Bild 17 dargestellt. Man erkennt, dass die normierte Verteilung prak- tisch unabhängig vom Anströmzustand ist. Dies heißt, dass der Staupunktswert und der lokale Wert des Wärmeübergangs sich mit der gleichen Abhängigkeit vom An- strömzustand verändern.

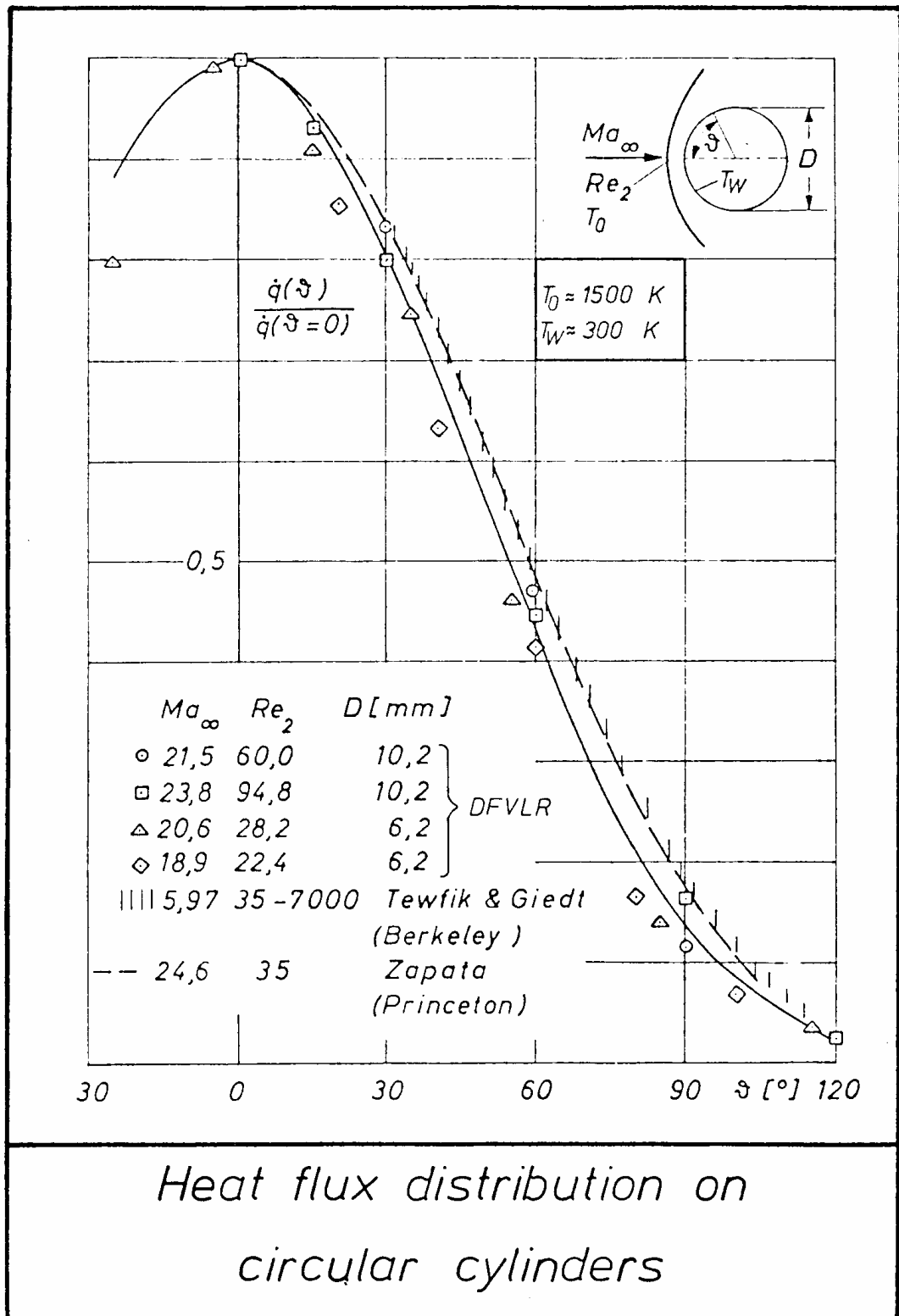
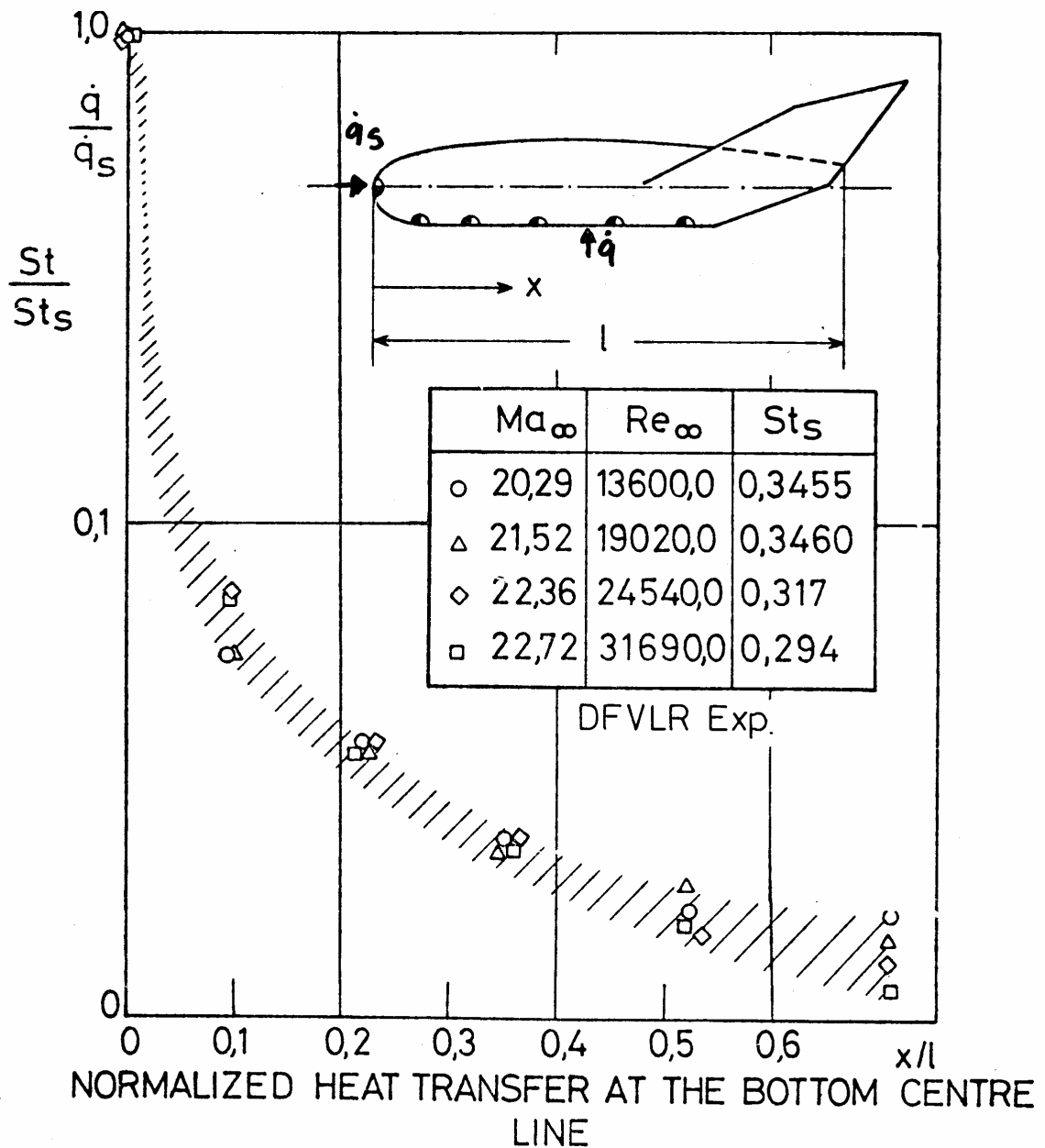


Abbildung 17

Bild 18 zeigt die normierte Verteilung des gemessenen Wärmeübergangs an einem Wiedereintrittskörper (Lifting Body). Auch hier wird die Unabhängigkeit der normierten Verteilung vom Anströmzustand bestätigt



LIFTING BODY LB 21

Abbildung 18

Die an schlanken Kegeln gemessene Wärmeübergangverteilung ist in Bild 19 für den laminaren Bereich dargestellt. Aufgetragen sind hierbei die örtlichen Stantonzahlen St über der lokalen Reynoldszahl $Re_{x,c}$. Die Reynoldszahl wurde berechnet mit dem Abstand von der Kegelspitze x und den Strömungsbedingungen hinter dem schrägen konischen Stoß. Zu beachten ist, dass auch hier folgende Abhängigkeit der Stantonzahl von Reynoldszahl gilt $St \sim Re_x^{-0,5}$. Die Messergebnisse überdecken 3 Zehnerpotenzen in der Reynoldszahl von $Re = 10^3$ bis 10^6 . Dies war nur möglich durch große Variation der Anströmdichte ρ_∞ , was durch den Einsatz des Vakuum-

windkanals und des Rohrwindkanals ermöglicht wurde. Zusätzlich wurden unterschiedlich große Modelle benutzt.

